



5º CONGRESO FORESTAL  
ESPAÑOL

# 5º Congreso Forestal Español

Montes y sociedad: Saber qué hacer.

---

REF.: 5CFE01-134

Editores: S.E.C.F. - Junta de Castilla y León  
Ávila, 21 a 25 de septiembre de 2009  
ISBN: 978-84-936854-6-1  
© Sociedad Española de Ciencias Forestales

## **Relaciones altura-diámetro generalizadas para las masas naturales de *Quercus pyrenaica* Willd. en las vertientes castellano-leonesas de la Cordillera Cantábrica y del Sistema Central**

CASTAÑO SANTAMARÍA, J.<sup>1</sup>, HERRERO DE AZA, C.<sup>1</sup>, BRAVO-OVIEDO, A.<sup>2</sup>, y BRAVO, F.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Producción Vegetal y Recursos Forestales. Escuela Técnica Superior de Ingenierías Agrarias. Avda. de Valladolid s/n, CP: 34004, Palencia. Universidad de Valladolid.

<sup>2</sup> Centro de Investigación Forestal (CIFOR-INIA). Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Crta. A Coruña km 7,5, CP: 28040, Madrid.

### **Resumen**

En el presente trabajo, se ajustaron varias relaciones altura-diámetro generalizadas para las masas naturales de *Quercus pyrenaica* Willd. ubicadas en las vertientes castellano-leonesas de la Cordillera Cantábrica y el Sistema Central, para aquellos ejemplares cuyo porte se encuadra como forma de cubicación 2, 3 y 4, según criterio del Inventario Forestal Nacional. El objetivo principal fue comprobar si era posible aplicar un único modelo altura-diámetro, que explicase la amplia variabilidad habitacional y morfológica de la especie en el área de estudio. El conjunto de datos utilizado se obtuvo de la base de datos del Segundo Inventario Forestal Nacional, considerando 360 parcelas en las que el rebollo supone la especie dominante, y en las que se midieron, entre otras variables, el diámetro normal y la altura total. Se evaluaron 31 modelos altura-diámetro que fueron ajustados usando tanto procedimientos de regresión lineal, como no lineal. Posteriormente, y tras la pertinente validación del modelo, a fin de determinar la variabilidad interregional entre la Cordillera Cantábrica y el Sistema Central, así como la existente entre las formas de cubicación y entre los grupos que se obtienen de la interacción de ambas variables categóricas, la región y la forma se incluyeron en el modelo mediante el empleo de variables *dummy*. Los resultados mostraron la necesidad de elaborar una ecuación específica para cada categoría de las comparadas, lo que reveló la especificidad de cada tipología de masa de rebollo contemplada.

### **Palabras clave**

Modelización forestal, Rebollo, Dasometría, IFN, formas de cubicación.

### **1. Introducción**

Las alturas de los árboles y sus diámetros, son mediciones esenciales en los inventarios forestales. Su empleo en modelos de crecimiento y producción, permite a los gestores conocer el posible desarrollo de las masas forestales y por tanto, evaluar de antemano varias opciones selvícolas alternativas.

Mientras que el diámetro normal puede medirse rápidamente, con relativa precisión y de un modo sencillo, la medición de la altura supone cierta complejidad y un coste temporal y económico que no siempre puede permitirse (SHARMA & PARTON, 2007). Por ello, el diámetro suele anotarse en todos los árboles de la masa muestreada, mientras la altura se mide en una submuestra de individuos seleccionados. Las relaciones altura-diámetro se usan entonces para predecir las alturas del resto de pies, reduciéndose así el coste del inventario (ADAME et al., 2008).

No obstante, una relación altura-diámetro para una especie concreta, no es única, sino que depende del ambiente y de las condiciones puntuales de la masa (SHARMA & PARTON, 2007). Diversos autores han demostrado su variación regional (SOARES & TOMÉ, 2002); dentro de una misma región, entre masas (CALAMA y MONTERO, 2004), y dentro de una misma masa, en función del tiempo (CASTEDO DORADO et al., 2006). Por ello, HÖKKÄ (1997) propone introducir información referente a la dinámica de la masa como nuevas variables independientes, para minimizar el nivel de varianza. Otros autores como LÓPEZ SÁNCHEZ et al. (2003) o CASTEDO DORADO et al. (2006), demuestran que la inclusión de variables como la altura dominante o la densidad, mejora considerablemente las predicciones de altura de los árboles. Sin embargo, aún no se ha estudiado si el porte de cada árbol ejerce influencia alguna sobre las relaciones altura-diámetro.

Una función altura-diámetro generalizada es aquella que estima la relación específica entre alturas y diámetros de los árboles individuales, empleando como otras variables independientes, variables de masa como la densidad, la altura dominante, etc. (VANCLAY, 1995). Este hecho permite su empleo a un nivel de aplicación superior al que se puede obtener a partir de relaciones altura-diámetro simples (escala regional, etc.).

El rebollo (*Quercus pyrenaica* Willd.) es una especie robusta, marcescente y mesoxerófila, que en la actualidad ha quedado relegada a un uso mayoritariamente protector. Se encuentra distribuida por el cuadrante centro-occidental de España, principalmente en los sistemas montañosos que bordean la cuenca del Duero (RUIZ DE LA TORRE, 2006), cubriendo una extensión total de 659.000 ha. (datos del año 2001) de las que aproximadamente el 50% corresponden a Castilla y León (ADAME et al., 2008). Sin embargo, esta región, debido a sus grandes dimensiones, abarca áreas con características biogeoclimáticas diferentes (ELENA ROSELLÓ, 1997), que podrían influir en la tipología de los rebollares allí presentes. Asimismo, ADAME et al. (2008) ya desarrollaron una relación h-d a escala regional para tallares en los que el rebollo fuese dominante, sin hacer distinción alguna entre formas de cubicación. Por ello, y dada la variabilidad fisionómica de la especie, se pretende comprobar si dicha diferenciación tipológica tiene un efecto sobre la relación h-d, lo cual supone una novedad en el campo de modelización.

## 2. Objetivos

El objetivo del presente trabajo es desarrollar una relación altura-diámetro para las masas naturales de *Quercus pyrenaica* Willd. en la Comunidad Autónoma de Castilla y León. Este objetivo lo hemos dividido en dos aspectos diferentes:

1. Elaborar un único modelo que incluya toda la variabilidad tipológica de rebollares existente en la Comunidad,
2. Comprobar si existen diferencias significativas entre los modelos ajustados en función de la forma de cubicación empleada por parte del Inventario Forestal Nacional (IFN), así como entre los grupos derivados de la interacción región-forma de cubicación.

## 3. Metodología

### Datos

Los datos utilizados en este trabajo se obtuvieron de la red de parcelas del Segundo Inventario Forestal Nacional (MAPYA, 2001). Dentro de la ecorregión definida por ELENA ROSELLÓ (1997) para Castilla y León (*Duriense*), se seleccionaron aquellas zonas entre las

cuales existían las diferencias biogeoclimáticas más evidentes: vertientes Sur de la Cordillera Cantábrica y Norte del Sistema Central (Fig. 1).

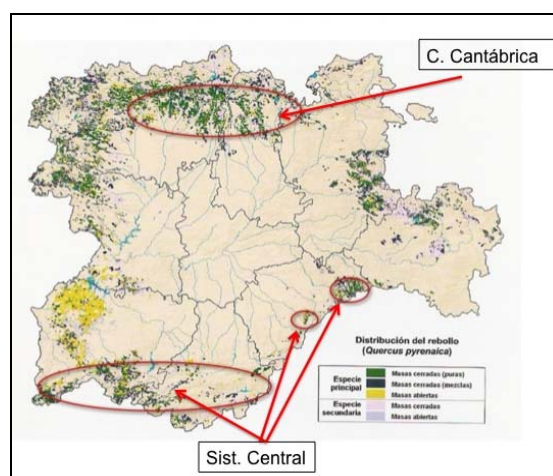


Figura 1. Delimitación geográfica del área de estudio.

Mediante el programa ARCGIS® se efectuó una discriminación geográfica delimitando los contornos de las cordilleras a partir de coordenadas UTM. Se escogieron aquellas parcelas en las que *Quercus pyrenaica* Willd. fuese la especie dominante, tomando como criterio que el rebollo conformara, al menos, el 90 % del área basimétrica de la misma. Solo se analizaron los árboles con forma de cubicación 2, 3 ó 4 de acuerdo con la clasificación aportada por el Inventario Forestal Nacional (MAPYA, 2001). La forma de cubicación es el nombre que recibe el porte específico de cada árbol por parte del IFN, e influye en el modo de estimar el volumen de cada individuo. La forma 2 se corresponde con árboles fusiformes, de troncos maderables de cuatro ó más metros, ramificados por la parte superior. La forma 3 define árboles fusiformes pequeños, en los que el diámetro del fuste de 75 mm., queda por debajo de los cuatro metros de altura. Finalmente, la forma 4 se caracteriza por disponer de un tronco principal que se ramifica antes de los cuatro metros de altura, para ciertas especies entre las que se encuentra *Quercus pyrenaica* (MAPYA, 2001).

Asimismo, no se utilizaron aquellos pies que conformaban el único ejemplar de rebollo por parcela, al carecer de variables de masa asociadas a estos individuos. Así, la base de datos resultante se compuso de 4253 árboles distribuidos en 360 parcelas. Un 85 % de las parcelas (306 parcelas; 3661 árboles) se seleccionó aleatoriamente para el ajuste y el 15 % restante (54 parcelas; 592 árboles) se reservó para la validación del modelo (Tabla 1).

Tabla 1. Resumen de datos de las parcelas y los árboles utilizados para ajustar y validar la relación altura-diámetro

	Estadístico	N	G	dg	do	Hm	Ho	d	h
AJUSTE (3661 árboles)	Media	1107,6	16,3	15,9	22,6	8,6	10,4	18,3	9,6
	Máximo	3214,9	38,4	108,6	108,5	16,6	17,9	141,3	22,0
	Mínimo	5,1	0,6	7,6	7,7	3,0	3,3	7,5	2,5
	Desv.estánd	750,4	8,5	7,5	9,0	2,2	2,6	11,6	3,0
VALID. (592 árboles)	Media	898,0	18,9	18,8	26,8	9,9	12,1	21,6	11,1
	Máximo	3130,0	40,3	69,9	69,8	20,3	21,5	73,2	22,5
	Mínimo	15,3	1,1	8,4	9,5	3,8	4,0	7,5	3,5
	Desv.estánd	725,0	10,8	8,7	10,9	3,5	3,8	11,9	3,9

(N=densidad (pies/ha), G=área basimétrica (m<sup>2</sup>/ha), dg=diámetro medio cuadrático (cm), do=diámetro dominante (cm), Hm=altura media (m), Ho=altura dominante (m), d=diámetro normal (cm), h=altura individual (m))

## Análisis estadístico

Se analizaron un total de 31 modelos altura-diámetro (Fig. 2). Como la mayoría de dichos modelos son intrínsecamente no lineales, la estimación de los parámetros precisó del empleo de un procedimiento iterativo. Por ello, el ajuste se llevó a cabo mediante la aplicación del procedimiento MODEL de SAS/STAT® (SAS INSTITUTE INC., 2004), utilizando el algoritmo de *Marquardt*, pues en los datos de partida se disponía de varias mediciones por parcela, poseyendo todas ellas las mismas variables de masa, y existiendo por tanto una fuerte correlación, a fin de corregirla. Los parámetros iniciales para el ajuste, fueron los empleados por los respectivos autores en sus correspondientes trabajos.

1- VANCLAY (1995)	$\frac{1}{h} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1}{d} \right)$
2- CURTIS (1967) (I)	$h = \beta_0 + \beta_1 \log(d)$
3- CURTIS (1967) (II)	$h = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{d} + \beta_2 d^2$
4- PRODAN (1965)	$\log(h) = \beta_0 + \beta_1 \log(d)$
5- MONNESS (1982)	$h = 1,3 + \left( \beta_0 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1,3} \right)^{1/3} \right)^{-3}$
6- CAÑADAS et al (1999) (I)	$h = 1,3 + (H_0 - 1,3) \left( \frac{d}{d_0} \right)^{\beta_0}$
7- CAÑADAS et al (1999) (II)	$h = 1,3 + \frac{d}{\left( \frac{d_0}{H_0 - 1,3} \right) + \beta_0 (d_0 - d)}$
8- CAÑADAS et al (1999) (III)	$h = 1,3 + (H_0 - 1,3) \left( \frac{1 - e^{\beta_0 d}}{1 - e^{\beta_0 d_0}} \right)$
9- CAÑADAS et al (1999) (IV)	$h = 1,3 + \left( \beta_0 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1,3} \right)^{1/2} \right)^{-2}$
10- GAFFREY (1988) (modif. en DIÉGUEZ et al. (2005))	$h = 1,3 + (H_0 - 1,3) e^{\beta_0 \left( 1 - \frac{d_0}{d} \right) + \beta_1 \left( \frac{1}{d_0} - \frac{1}{d} \right)}$
11- NILSON (1999) (modif. en DIÉGUEZ et al. (2005))	$h = \frac{H_0}{1 - \beta_0 \left( 1 - \left( \frac{d_0}{d} \right)^{\beta_1} \right)}$
12- STAGE (1975)	$h = \beta_0 d^{\beta_1}$
13- SIBBESEN (1981)	$h = \beta_0 d^{\beta_1 d^{-\beta_2}}$
14- CURTIS et al. (1981)	$h = e^{\beta_0 + \beta_1 d^{\beta_2}}$

Figura 2. Modelos h-d evaluados ( $h$  = altura estimada,  $d$  = diámetro normal observado,  $\beta_i$  = parámetros de la regresión,  $d_0$  = diámetro dominante,  $H_0$  = altura dominante,  $d_g$  = diámetro medio cuadrático)

15- MEYER (1940)	$h = \beta_0 \left[ 1 - e^{(-\beta_1 d)} \right]$
16- PIENAAR (1991)	$h = \beta_0 H_0 \left( 1 - e^{\left( \frac{-\beta_1 d}{d_g} \right)^{\beta_2}} \right)$
17- HUANG & TITUS (1992) (I)	$h = \frac{d^2}{(\beta_0 + \beta_1 d)^2}$
18- TANG (1994)	$h = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{d + \beta_2} \right)$
19- HUANG & TITUS (1992) (II)	$h = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{(-\beta_2 d)}}$
20- SEBER & WILD (1989) (I)	$h = \beta_0 e^{-e^{(-\beta_1 (d - \beta_2))}}$
21- PEARL & REED (1920)	$h = \frac{\beta_0}{(1 + \beta_1 e^{-\beta_2 d})}$
22- SEBER & WILD (1989) (II)	$h = \frac{\beta_0}{(1 + e^{-\beta_1 (d - \beta_2)})}$
23- RATKOWSKY & REEDY (1986)	$h = \frac{\beta_0}{(1 + \beta_1^{-1} d^{-\beta_2})}$
24- BAILEY (1979) (I)	$h = \beta_0 \left( 1 - e^{-\beta_1 d^{\beta_2}} \right)$
25- RICHARDS (1959) (I)	$h = \beta_0 (1 - e^{\beta_1 d})^{\beta_2}$
26- MIRKOVICH (1958)	$h = 1,3 + (\beta_0 + \beta_1 H_0 - \beta_2 dg) e^{\left( \frac{-\beta_3}{d} \right)}$
27- SCHRÖDER & ÁLVAREZ (2001)	$h = 1,3 + (\beta_0 + \beta_1 H_0 - \beta_2 dg) e^{\left( \frac{-\beta_3}{\sqrt{d}} \right)}$
28- ZEIDE (1992)	$h = \beta_0 e^{(-\beta_1 e^{(-\beta_2 d^{\beta_3})})}$
29- RICHARDS (1959) (II)	$h = \beta_0 \left( 1 - \beta_1 e^{-\beta_2 d} \right)^{\beta_3}$
30- BAILEY (1979) (II)	$h = \beta_0 \left( 1 - \beta_1 e^{-\beta_2 d^{\beta_3}} \right)$
31- SEBER & WILD (1989) (III)	$h = \beta_0 \left( 1 - e^{(-\beta_1 (d - \beta_2)^{\beta_3})} \right)$

Figura 2 (Cont.). Modelos h-d evaluados ( $h$  = altura estimada,  $d$  = diámetro normal observado,  $\beta_i$  = parámetros de la regresión,  $d_0$  = diámetro dominante,  $H_0$  = altura dominante,  $d_g$  = diámetro medio cuadrático)

Los modelos obtenidos se evaluaron mediante el coeficiente de determinación ajustado, el residuo medio, la suma del cuadrado de los errores y el error cuadrático medio (HUANG et al., 2003), entre otros estadísticos. Del mismo modo, en todos ellos se comprobaron las hipótesis de la regresión (normalidad de residuales, esperanza del error igual a cero, y homocedasticidad) con un nivel de significación del 5%. El test de normalidad de los

residuales se efectuó según el método de Kolmogorov–Smirnov. En cuanto a la esperanza del error igual a cero, se llevó a cabo un test de la t de Student. Finalmente, la homocedasticidad se analizó mediante la representación gráfica del error medio cuadrático por clase diamétrica (CD). Al examinar los gráficos de residuos frente a las variables independientes se observó que la varianza se incrementaba de forma notable conforme aumentaba el valor de la variable independiente. Este hecho se corrigió utilizando una función potencial como peso  $\sigma^2_i = x_i^k$  (NETER et al., 1996), donde k se determinó empleando la metodología de optimización propuesta por HARVEY (1976), que consiste en usar los errores del modelo ajustado sin pesos ( $\hat{\epsilon}_i$ ) como variable dependiente en el modelo potencial de varianza del error. Es decir:  $\hat{\epsilon}_i^2 = x_i^k$ . Al ser necesaria la ponderación, se emplearon dos nuevos estadísticos de comparación: el Error Medio Cuadrático ponderado y el Coeficiente de determinación ajustado del modelo ponderado.

Para la validación del modelo se siguió el criterio propuesto por HUANG et al. (2003). Un aspecto que fue cuidadosamente considerado, ha sido la aceptabilidad del modelo, siendo esencial establecer un límite mínimo de precisión en las estimaciones. Para ello, se siguió el criterio de MOWRER & FRAYER (1986) quienes consideran que el error no debe ser mayor de un 20% con respecto al valor medio de los residuales. De este modo, los modelos fueron válidos únicamente para aquellas clases diamétricas para las que el error de estimación fue inferior al 20%.

#### *Análisis de comparación efectuados*

Para determinar si existían diferencias significativas entre los modelos correspondientes a las diferentes formas de cubicación con que cuenta el IFN, tanto de un modo aislado, como para cada una de las regiones estudiadas, se empleó el test de homogeneidad simultánea de parámetros de Lakkis-Jones (KHATTRREE & NAIK, 1995).

Los contrastes de hipótesis se testaron con un nivel de significación del 5%. En los dos casos analizados, la Hipótesis nula afirmaba que los vectores de parámetros  $\beta_i$  eran iguales para todas las posibilidades contempladas, con lo que, una única ecuación explicaría la variabilidad de alturas existente en las tres formas de cubicación en el primer caso, y en todas las formas de cubicación para cada una de las regiones, en el segundo caso. Del mismo modo, la hipótesis alternativa se formuló así: al menos un modelo es distinto para cada categoría de las comparadas, con lo que existe, al menos, una desigualdad. Por ello, se procedió a efectuar estos contrastes de hipótesis dos a dos, a fin de asegurarse del cumplimiento o incumplimiento detallado de las hipótesis de comparación anteriormente comentadas.

## **4. Resultados**

Los modelos de MIRKOVICH (1958) y de SCHRÖDER & ÁLVAREZ (2001) presentaron los mejores valores para los estadísticos de contraste considerados en el ajuste original (Tabla 2). Dado que dichos estadísticos de comparación fueron prácticamente iguales, no se decidió continuar el análisis con un modelo en particular, al no ser plenamente justificable dicha decisión.

Tabla 2. Valores de ciertos estadísticos de comparación de los modelos analizados (\* = El ajuste no converge)

Nº	Modelo	R <sup>2</sup> <sub>adj pond</sub>	MSE <sub>w</sub>	Nº	Modelo	R <sup>2</sup> <sub>adj pond</sub>	MSE <sub>w</sub>
1	Vanclay, 1995	0,61334	0,2908	17	Huang y Titus I, 1992	0,61831	0,28672
2	Curtis I, 1967	0,63310	0,2260	18	Tang, 1994	0,62053	0,28374
3	Curtis II, 1967	0,61061	0,3081	19	Huang y Titus II, 1992	0,63372	0,24408
4	Prodan, 1965	0,62924	0,1972	20	Seber y Wild I, 1989	0,63374	0,24403
5	Monness, 1982	0,82969	0,0913	21	Pearl y Reed, 1920	0,63501	0,23875
6	Cañadas et al. I, 1999	0,82542	0,1019	22	Seber y Wild II, 1989	0,63498	0,23882
7	Cañadas et al. II, 1999	0,76186	0,2555	23	Ratkowsky y Reedy I, 1986	0,62495	0,2710
8	Cañadas et al. III, 1999	0,84039	0,0771	24	Weibull, (Bailey, 1979)	0,63227	0,2488
9	Cañadas et al. IV, 1999	0,84036	0,0903	25	Chapman-Richards, 1959	*	*
10	Gaffrey, 1988 (mod.)	0,83177	0,0995	26	<b>Mirkovich, 1958</b>	<b>0,82966</b>	<b>0,094682</b>
11	Nilson, 1999 (mod.)	0,81574	0,1288	27	<b>Schröder y Álvarez, 2001</b>	<b>0,82969</b>	<b>0,092311</b>
12	Stage, 1975	0,62930	0,1971	28	Zeide, 1992	0,62914	0,25838
13	Sibbesen, 1981	*	*	29	Richards, 1959	0,63099	0,25270
14	Curtis et al., 1981	0,62321	0,3163	30	Bailey, 1979	0,63072	0,25353
15	Meyer, 1940	0,62536	0,2666	31	Seber y Wild III, 1989	0,63075	0,25891
16	Pienaar, 1991	0,81794	0,11542				

La posterior fase de validación concluyó que, dados los resultados obtenidos para los parámetros y tests propuestos por HUANG et al. (2003), tampoco era posible efectuar una elección clara entre ambos modelos, puesto que ciertos parámetros eran óptimos para uno de ellos, y otros lo eran para el segundo. En ambos casos el modelo resultó significativo.

El modelo de SCHRÖDER & ÁLVAREZ (2001), ha sido seleccionado como aquel que mejor se ajusta para todas las formas de cubicación en ambas regiones (Tabla 3).

Tabla 3. Resultados del ajuste de los modelos seleccionados para el conjunto de datos.

Modelo	R <sup>2</sup> <sub>adj ponderado</sub>	MSE <sub>w</sub>
MIRKOVICH (1958)	0,84229	0,10957
<b>SCHRÖDER y ÁLVAREZ (2001)</b>	<b>0,84304</b>	<b>0,10593</b>

Al representar el tanto por ciento que supuso el residuo respecto al valor medio de la altura observada por CD para el modelo (Fig. 3), se concluyó que el ajuste puede considerarse correcto hasta la clase diamétrica 80. A partir de ésta, el porcentaje de error superaba el 20 %, nivel que es considerado por MOWRER & FRAYER, (1986) como el umbral de tolerancia del error en la estimación.

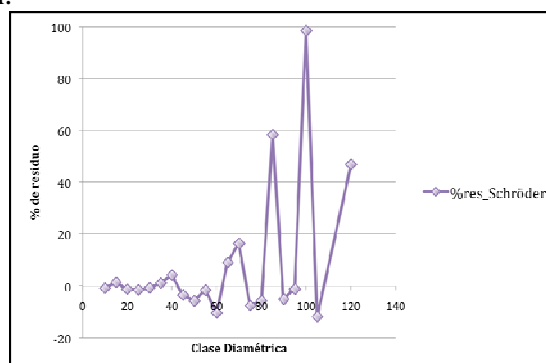


Figura 3. Porcentaje de error por CD para el modelo de SCHRÖDER &amp; ÁLVAREZ (2001), para todo el conjunto de datos.



Los estadísticos de Lakkis-Jones fueron significativamente distintos de cero en todos los casos planteados, lo que implicó el rechazo de la hipótesis nula para un nivel de significación del 5 % en el conjunto de tests contrastados. Es decir, tanto para el modelo de MIRKOVICH (1958) como para el de SCHRÖDER & ÁLVAREZ (2001), debieron de ajustarse ecuaciones específicas para cada forma de cubicación y para cada grupo derivado de la interacción forma-región.

En la Tabla 4 se recogen los modelos seleccionados. En todos los casos se ajustaron los modelos de MIRKOVICH (1958) y SCHRÖDER & ÁLVAREZ (2001), decantándose por el que presentase unos mejores resultados. Puesto que todos los modelos fueron ponderados a fin de corregir la heterocedasticidad, los estadísticos de contraste volvieron a ser el error medio cuadrático ponderado y el coeficiente de determinación ajustado ponderado. El resto de hipótesis se cumplieron para todos los ajustes.

Tabla 4. Tabla resumen de los modelos resultantes para cada uno de los ajustes categóricos efectuados.

Ámbito de aplicación	Modelo seleccionado	R <sup>2</sup> <sub>adj pond</sub>
Conjunto de datos	$h = 1,3 + \left(6,783039 + (1,593935H_0) - (0,187465d_g)\right)e^{\left(\frac{-3,636433}{\sqrt{d}}\right)}$	<b>0,84304</b>
Forma 2	$h = 1,3 + \left(3,984774 + (0,974237H_0) - (0,090647d_g)\right)e^{\left(\frac{-6,363615}{d}\right)}$	<b>0,74495</b>
Forma 3	$h = 1,3 + \left(2,150739 + (0,901228H_0) - (0,015854d_g)\right)e^{\left(\frac{-6,898564}{d}\right)}$	<b>0,46395</b>
Forma 4	$h = 1,3 + \left(4,1224007 + (1,207434H_0) - (0,041401d_g)\right)e^{\left(\frac{-3,184167}{\sqrt{d}}\right)}$	<b>0,79410</b>
Región 1 y Forma 2	$h = 1,3 + \left(3,875973 + (1,067384H_0) - (0,060216d_g)\right)e^{\left(\frac{-2,02253}{\sqrt{d}}\right)}$	<b>0,65105</b>
Región 1 y Forma 3	$h = 1,3 + \left(3,387581 + (0,695658H_0) - (0,159768d_g)\right)e^{\left(\frac{-0,998835}{\sqrt{d}}\right)}$	<b>0,30092</b>
Región 1 y Forma 4	$h = 1,3 + \left(3,075078 + (0,64454H_0) - (0,03495d_g)\right)e^{\left(\frac{-3,868847}{d}\right)}$	<b>0,60574</b>
Región 2 y Forma 2	$h = 1,3 + \left(6,741973 + (1,453907H_0) - (0,125801d_g)\right)e^{\left(\frac{-3,421438}{\sqrt{d}}\right)}$	<b>0,76060</b>
Región 2 y Forma 3	$h = 1,3 + \left(7,117027 + (1,032872H_0) - (0,421129d_g)\right)e^{\left(\frac{-6,949977}{d}\right)}$	<b>0,54126</b>
Región 2 y Forma 4	$h = 1,3 + \left(5,856049 + (1,391583H_0) - (0,082113d_g)\right)e^{\left(\frac{-3,927297}{\sqrt{d}}\right)}$	<b>0,82869</b>

## 5. Discusión

En este trabajo se determinan las diferencias entre las relaciones altura-diámetro ajustadas para diferentes formas de cubicación en masas naturales de *Quercus pyrenaica* Willd en Castilla y León. Es necesario ajustar un modelo específico para cada una de las formas de cubicación y zona de rebollar analizadas. Además, tanto el modelo global como los específicos fueron significativos hasta la clase diamétrica de 80 cm. Dado que hay pocos datos de árboles con diámetro normal superior a 80 cm, los resultados a partir de este tamaño son poco precisos.

Las relaciones dendrométricas del rebollo han sido estudiadas, a nivel regional, únicamente por ADAME et al. (2008). En dicho trabajo se desarrolló una relación h-d para tallares en los que el rebollo fuese dominante, con una distribución diamétrica regular y con densidades por encima de 200 pies/ha, pero sin diferenciar formas de cubicación. Sus resultados indicaron que un único modelo es suficiente para explicar la variabilidad altura-diámetro existente. Al mismo tiempo, reconocen que su ecuación no podría ser extrapolable a otra tipología de masa presente en la Comunidad, puesto que no tienen en cuenta masas adeshadas ni degradadas. Las principales diferencias observadas con nuestro trabajo se deben a la elección de las masas y de las zonas de comparación que componen la muestra, lo que puede haber influido en la elección de un único modelo como resultado.

Otros investigadores como HUANG et al. (2000) abordaron la comparación entre ecorregiones de la relación altura-diámetro para las masas de *Picea glauca* Moench en Canadá. Obtuvieron como resultado la necesidad de ajustar un modelo distinto para cada ecorregión, resultado que coincide con los presentados en este estudio.

Si representamos gráficamente las ecuaciones resultantes hasta la CD 80 (Fig. 4), tomando como valores de  $H_0$  y  $d_g$  los valores medios que adoptan dichas variables en la muestra, se observa que las ecuaciones del Sistema Central proporcionan mayores valores de altura que las correspondientes a la Cordillera Cantábrica. Al mismo tiempo, se observa pues que, tal y como aparece en el IFN, los árboles cubicados mediante la forma 2 son más altos que los demás. Del mismo modo, los pies de la forma 3 no suelen superar los 12-15 metros de altura (por definición del diámetro en punta delgada para dicha categoría), mientras que los catalogados como forma 4 poseen un mayor tamaño, pues que se ramifiquen antes de los 4 metros de altura no impone restricción de altura alguna, al tratarse de un quercínea.

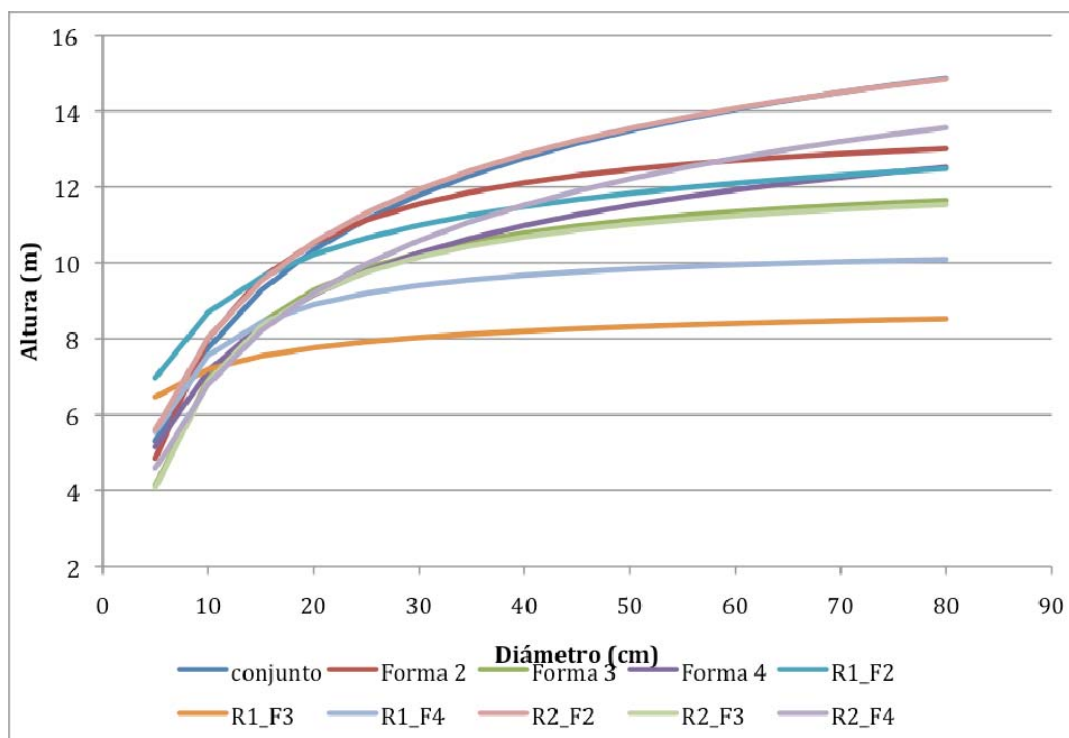


Figura 4. Ecuaciones ajustadas en el presente trabajo.

A la vista del gráfico anterior puede concluirse también que para las formas de cubicación 2 y 4, los pies ubicados en el Sistema Central son más esbeltos que los existentes

en la Cordillera Cantábrica. Sin embargo, en la base de datos original, los individuos catalogados como forma 3 no poseían diámetros superiores a 20 cm., por lo que dicha gráfica no puede considerarse fiable al ser una extrapolación. Por consiguiente, si nos restringimos a diámetros inferiores a 20 cm., en los tres gráficos se cumple que los robles crecen con más rapidez en la Cordillera Cantábrica (consecuencia de una mayor pluviometría, etc.), pero ese crecimiento se ralentiza y es superado por los melojos del Sistema Central aproximadamente a partir de dicho diámetro.

Nuestros resultados suponen un ahorro de tiempo y de costes a la hora de efectuar las mediciones en un inventario. Facilitan una estimación de la altura de todos los individuos de la masa, en función de la altura dominante ( $H_0$ ), del diámetro medio cuadrático ( $d_g$ ) y del diámetro de cada individuo. Una vez conocida la región y la forma de cubicación con que se trabaja, basta con saber la altura dominante y los diámetros normales de todos los pies de la masa, para utilizar el modelo correspondiente de entre los aportados en este trabajo.

## 6. Conclusiones

En el presente trabajo se ha desarrollado una nueva herramienta que estima la altura de los individuos en función de variables que se registran de forma rutinaria en los inventarios forestales. Al mismo tiempo, se ha demostrado la importancia de diferenciar las formas de cubicación y la región en que se ubica la masa para predecir las alturas individuales de los árboles. Por otro lado, se aportan también otros modelos más generales, que son útiles cuando se desconoce parte de la información anterior.

## 7. Bibliografía

ADAME, P.; DEL RÍO, M. y CAÑELLAS, I. 2008. A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). *For. Ecol. Manage.* 256: 88-98.

BAILEY, N. T. J. 1979. Introduction to the modelling of venereal disease. *J. Math. Biol.* 8, 301-322.

CALAMA, R. y MONTERO, G. 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for Stone pine in Spain. *Can. J. For. Res.* 34: 150-163.

CAÑADAS, N.; GARCÍA, C. y MONTERO, G. 1999. Relación altura-diámetro para *Pinus pinea* L. en el Sistema Central. Congreso de Ordenación y Gestión Sostenible de Montes, Santiago de Compostela, 4-9 de octubre. Tomo I, pp. 139-153.

CASTEDO DORADO, F.; DIÉGUEZ ARANDA, U.; BARRIO ANTA, M.; SÁNCHEZ RODRÍGUEZ, M. y GADOW, K. v. 2006. A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *For. Ecol. Manage.* 229: 202-213.

CURTIS, R. O.; CLENDENEN, G. W. & DEMARS, D. J. 1981. A new stand Simulator for coastal Douglas-fir: DFSIM User's guide. USDA Forest Service General Technical Report PNW-128.

CURTIS, R. O. 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. *For. Sci.* 13: 365-375.

- DIÉGUEZ ARANDA, U.; BARRIO ANTA, M.; CASTEDO DORADO, F. y ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G. 2005. Relación altura-diámetro generalizada para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Invest Agrar: Sist Recur For.* 14, 2: 229-241.
- ELENA ROSELLÓ, R. 1997. Clasificación biogeoclimática de España Peninsular y Balear. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Madrid, 207 pp.
- HARVEY, A. C. 1976. Estimating regression models with multiplicative heterocedasticity. *Econometrica*, 44: 461-465.
- HÖKKÄ, H. 1997. Height-diameter curves with random intercepts and slopes for trees growing on drained peatlands. *For. Ecol. Manage.* 97: 63-72.
- HUANG, S.; YANG, Y. & WANG, Y. 2003. *A Critical Look at Procedures for Validating Growth and Yield Models*. En: *Modelling Forest Systems*. CABI-Publishings, Wallingford, pp. 271-293.
- HUANG, S.; PRICE, D. & TITUS, S. J. 2000. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests. *For. Ecol. Manage.* 129: 125-141.
- HUANG, S. & TITUS, S. J. 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22: 1297-1304.
- KHATTREE, R. & NAIK, D. N. 1995. *Applied Multivariate Statistics with SAS Software*. SAS Institute Inc., Cary, NC.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, C. A.; GORGOSO VARELA, J.; CASTEDO DORADO, F.; ROJO ALBORECA, A.; RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G. y SÁNCHEZ RODRÍGUEZ, F. 2003. A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (northwest Spain). *Ann. For. Sci.* 60: 237-245.
- MEYER, H. A. 1940. A mathematical expression for height curves. *J. For.*, 38: 415-420.
- MINISTERIO DE AGRICULTURA, PESCA Y ALIMENTACIÓN 2001. Segundo Inventario Forestal Nacional (1986-1996): Castilla y León: León. Junta de Castilla y León, Consejería de Medio Ambiente. Valladolid. 561 pp.
- MIRKOVICH, J. L. 1958. Normale visinke krive za chrast kitnak i bukvu v. NRSrbiji. Zagreb. Glasnik sumarskog fakulteta, 13.
- MONNESS, E. N. 1982. Diameter distributions and height curves in even-aged stands of *Pinus sylvestris* L. Medd. No. Inst. Skogforsk, 36: 1-43.
- MOWRER, H. T. & FRAYER, W. E. 1986. Variance propagation in growth and yield projection. *Can. J. For. Res.* 16: 1196-1200.
- NETER, J.; KUTNER, M. H.; NACHTSHEIM, C. J. & WASSERMAN, W. 1996. *Applied linear statistical models*. McGraw-Hill. New York, 523 pp.



- PEARL, R. & REED, L. J. 1920. On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 6: 275-288.
- PIENAAR, L. V. 1991. PMRC Yield prediction system for slash pine plantations in the atlantic coast flatwoods. PMRC Technical Report, Athens.
- PRODAN, M. 1965. *Holzmesslehre*. J. D. Sauerlanders Verlag. Frankfurt Am. Main, 644 pp.
- RATKOWSKY, D. A. & REEDY, T. J. 1986. Choosing near-linear parameters in the four-parameter logistic model for radioligand and related assays. *Biometrics*, 42: 575-582.
- RICHARDS, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Biol.* 10: 290-300.
- RUIZ DE LA TORRE, J. 2006. *Flora Mayor*. Dirección General para la Biodiversidad, Madrid, 1756 pp.
- SAS INSTITUTE INC., 2004. *SAS/STAT 9.1 User's Guide*. SAS Institute Inc., Cary, NC.
- SCHRÖDER, J. & ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G. 2001. Developing a generalized diameter-height model for maritime pine in Northwestern Spain. *Forstwissenschaftliches centralblatt*, 120: 18-23.
- SEBER, G. A. F. & WILD, C. J. 1989. *Nonlinear regression*. J. Wiley. New York, 768 pp.
- SHARMA, M. & PARTON, J. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed effects modelling approach. *For. Ecol. Manage.* 249: 187-198.
- SIBBESEN, E. 1981. Some new equations to describe phosphate sorption by soils. *J. Soils Sci.*, 32: 67-74.
- SOARES, P. & TOMÉ, M. 2002. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *For. Ecol. Manage.* 166: 99-109.
- STAGE, A. R. 1975. Prediction of height increment for models of forest growth. USDA Forest Service Research Papers INT-164.
- TANG, S. 1994. Self-adjusted height-diameter curves and one entry volume model. *For. Res.* 7 (5): 512-518.
- VANCLAY, J. K. 1995. Growth models for tropical forests: a synthesis of models and methods. *For. Sci.* 41 (1): 7-42.
- ZEIDE, B. 1992. Analysis of growth equations. *For. Sci.* 39 (3): 594-616.

